**Exercício 4.** Seja a função $f(x) = 2 - 3\,\mathrm{tg}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, definida em $[0, 2\pi] - A$. O conjunto $A$ é composto por quantos elementos?

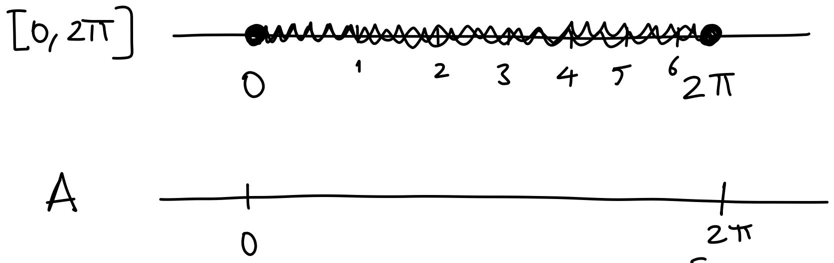
a) 1.

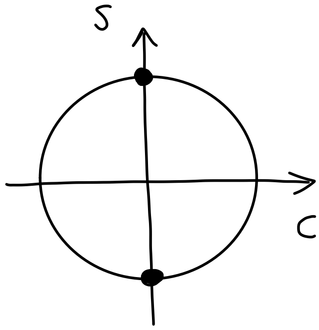
~~b) 2.~~ ε

c) 3.

~~d) 4.~~ ✓

e) 5.




$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cancel{\in [0, 2\pi]}$$

$$\cos\alpha = 0 \;:\; \ldots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}, \ldots$$

múltiplos ímpares de $\frac{\pi}{2}$

$$\alpha = (2k+1)\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \qquad \text{ou} \qquad \alpha = 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \qquad\qquad 2x = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$$

$$2x = \frac{3\pi + 2\pi}{6} \qquad\qquad 2x = \frac{9\pi + 2\pi}{6}$$

$$2x = \frac{5\pi}{6} \qquad\qquad 2x = \frac{11\pi}{6}$$

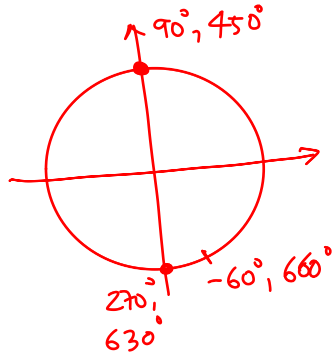
$$x = \frac{5\pi}{12} = 75^\circ \qquad\qquad x = \frac{11\pi}{12} = 165^\circ$$

$$\cancel{A = \left\{\frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}\right\}}$$

$$\cancel{\#A = 2.}$$

$0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow 0 \leq 2x \leq 4\pi$

$\Rightarrow \underset{\underset{-60^\circ}{\parallel}}{-\frac{\pi}{3}} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq 4\pi - \frac{\pi}{3} = \underset{\underset{660^\circ}{\parallel}}{\frac{11\pi}{3}}$




$\therefore$ A função não está def. se $2x - \frac{\pi}{3} \in \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \right\}$

$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} = 75^\circ$

$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{11\pi}{12} = 165^\circ$

$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{17\pi}{12} = 255^\circ$

$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{23\pi}{12} = 345^\circ$

**Exercício 16.** Seja uma cultura de bactérias que cresce de forma exponencial em um certo meio. Em determinado momento (tempo inicial) existem 2.000 bactérias e após 30 minutos esse número passou para 4.000. Depois de quanto tempo a quantidade de bactérias será 500.000? (Utilize $\log 2 = 0,3$)

| | 0 | 1 | 2 | 3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $t$ | 0 | 30 | 60 | 90 | ... | $t$ |
| $P(t)$ | $2000 = 2^{0} \cdot 2000$ | $4000 = 2^{1} \cdot 2000$ | $8000 = 2^{2} \cdot 2000$ | $16000 = 2^{3} \cdot 2000$ | | $2^{t} \cdot 2000$ |

×2 ×2 ×2

$$P(t) = 2^{t} \cdot 2000$$

Qual o $t$ tal que $2^{t} \cdot 2000 = 500.000$ ?

$$2^{t} \cdot 2000 = 500000 \Rightarrow 2^{t} = \frac{500\cancel{000}}{2\cancel{000}} = 250$$

$$\Rightarrow t = \log_2 250 = \frac{\log 250}{\log 2} = \frac{\log(2 \cdot 5^3)}{\log 2}$$

$$= \frac{\log 2 + \log 5^3}{\log 2} = \frac{\log 2 + 3 \log 5}{\log 2}$$

$$= \frac{\log 2 + 3 \cdot \log\left(\frac{10}{2}\right)}{\log 2} = \frac{\log 2 + 3(\overset{1}{\cancel{\log 10}} - \log 2)}{\log 2}$$

$$= \frac{0,3 + 3(1 - 0,3)}{0,3} = 8.$$

$t = 8 \Rightarrow 8 \cdot 30\text{min} = 4h$

**Exercício 13.** Determine os valores de $x$ na equação:

$$2^{2x} - 7 \cdot 2^x + 12 = 0.$$

$$2^{2x} = (2^x)^2$$

$$2^{2x} = 2^{x+x} = 2^x \cdot 2^x = (2^x)^2$$

$$2^{2x} - 7 \cdot 2^x + 12 = 0 \Rightarrow \boxed{(2^x)}^2 - 7 \cdot \boxed{2^x} + 12 = 0$$

$$y^2 - 7 \cdot y + 12 = 0$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 1 > 0$$

$$y = \frac{7 \pm 1}{2} \Rightarrow y = 4 \text{ ou } y = 3$$

$$\therefore \quad 2^x = 4 \quad \text{ou} \quad 2^x = 3$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2}$$

**Exercício 18.** Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3.000$^oC$ e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 minutos. Use 0,477 como aproximação para $\log_{10} 3$ e 1,041 como aproximação para $\log_{10} 11$. O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30$^oC$ é mais próximo de:

a) 22.

b) 50.

c) 100.

d) 200.

e) 400.

| | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $t$ | $0$ | $30$ | $60$ |
| $T(t)$ | $3000$ | $3000 - 3000\cdot\frac{1}{100} = 3000\left(1-\frac{1}{100}\right)^1$ | $3000\left(1-\frac{1}{100}\right) - 3000\left(1-\frac{1}{100}\right)\cdot\frac{1}{100} = 3000\left(1-\frac{1}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right) = 3000\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right)^{2}$ |

tempo $= t \cdot 30$ mín.

$$T(t) = 3000\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right)^t = 3000\cdot(0{,}99)^t$$

$$\therefore\ T(t) = 30 \Rightarrow 3000\cdot(0{,}99)^t = 30$$

$$\Rightarrow (0{,}99)^t = \frac{3\cancel{0}}{300\cancel{0}} = \frac{1}{100} \Rightarrow \log(0{,}99)^t = \log\left(\frac{1}{100}\right)$$

$$\Rightarrow t\cdot\log\left(\frac{99}{100}\right) = \cancel{\log 1}^{\,0} - \log 100 \Rightarrow t\left(\log 99 - \log 100\right) = -\log 100$$

$$\Rightarrow t\left[\log(9\cdot 11) - \log 10^2\right] = -\log 10^2$$

$$\Rightarrow t\left[\log 9 + \log 11 - 2\,\cancel{\log 10}^{\,1}\right] = -2\cdot\cancel{\log 10}^{\,1}$$

$$\Rightarrow t\left[\log 3^2 + \log 11 - 2\right] = -2$$

$$\Rightarrow t\left[2\cdot\log 3 + \log 11 - 2\right] = -2$$

$$\Rightarrow t\left[2\cdot 0{,}477 + 1{,}041 - 2\right] = -2 \Rightarrow t = 400 \quad \therefore\ 200\text{ h}$$